

## Chapitre 5

# Épreuves orales : Algèbre et Géométrie ; Analyse et Probabilités ; Mathématiques–Option D ; Informatique fondamentale–Option D

### 5.1 Organisation générale des épreuves

Pour chacune des trois épreuves, les candidats tirent au sort un couple de sujets. Le candidat est libre de choisir le sujet qui lui plaît parmi ces deux sujets proposés, celui où il se sent le plus à même de mettre en valeur ses connaissances. Afin d'aider les candidats et les préparateurs, la liste des leçons utilisées pour la session 2017 avait été publiée dans le précédent rapport et sur le site [agreg.org](http://agreg.org). Cette innovation est reconduite pour 2018 : on trouvera en annexe les leçons du prochain concours. Quelques rares candidats prennent des libertés quant au libellé de la leçon et s'en écartent notablement : les titres des leçons définissent un champ précis qu'il faut traiter. **Le hors sujet est lourdement sanctionné.**

Les candidats préparent l'interrogation pendant 3 heures. Durant tout ce temps, ils ont libre accès aux livres de la bibliothèque de l'Agrégation ou à leurs propres ouvrages (avec un numéro ISBN et non annotés<sup>1</sup>). Les ouvrages imprimés par les candidats eux-mêmes (ou les bibliothèques universitaires) ne sont pas autorisés ; les candidats n'ont pas accès à Internet (ni bien sûr à leur téléphone portable ou tout autre objet électronique<sup>2</sup>!). A l'issue de cette phase de préparation, le jury fait procéder à la photocopie des plans de la leçon élaborés par les candidats.

Ces documents sont manuscrits, ils comportent **au maximum 3 pages** au format A4 et possèdent une marge de 1 cm sur tous les côtés afin d'éviter tout problème lors de la photocopie. Il est conseillé de ne pas utiliser de stylos de couleurs. Il est recommandé de soigner la présentation du plan écrit, de mettre des titres, d'encadrer les formules, *etc.* pour qu'il soit le plus lisible possible. En particulier il est vain de vouloir écrire petit dans l'espoir de placer plus de contenu ; on perd en clarté et le jury n'est pas disposé à utiliser une loupe. Les plans peuvent être complétés par une quatrième page consacrée aux figures (et exclusivement à celles-ci). Sur ce document écrit, le candidat doit clairement faire apparaître les résultats qu'il estime significatifs, représentatifs de la leçon et qu'il propose de développer devant le jury.

---

1. Les rapports de jury de l'agrégation externe de mathématiques, complets et reliés sont autorisés. Concernant les ouvrages numériques avec ISBN, seuls les ouvrages disponibles dans le commerce sont autorisés. Tous les ouvrages personnels peuvent être interdits, lors de l'oral, sur simple décision du représentant du directoire présent lors de la préparation.

2. Outre les téléphones, les calculatrices ne sont pas autorisées, ni les clés USB, ni les montres connectées, *etc...* sous peine d'exclusion du concours.

L'épreuve s'organise en trois temps, prévus pour une durée totale de **55 minutes environ** : une présentation du plan de la leçon éventuellement suivie d'une brève discussion, un développement de 15 minutes maximum et enfin une partie consacrée au dialogue et aux questions.

**Le candidat peut utiliser sa copie du plan pendant toute l'épreuve.** Pendant la première phase de l'interrogation consacrée à la présentation du plan, il peut utiliser les notes manuscrites produites durant la préparation. Le développement doit quant à lui se faire sans utiliser ces notes manuscrites ; si le plan comporte lui-même trop de détails sur les développements proposés, le jury peut restreindre l'utilisation de ce document durant cette seconde phase de l'épreuve.

Le jury ne cherche en rien à déstabiliser le candidat pendant l'épreuve, mais au contraire cherche à valoriser les connaissances du candidat. Les premières questions, parfois très simples, visent souvent à préciser une notation, un point du plan ou du développement, pour que le jury s'assure de la compréhension par le candidat des notions qu'il vient d'exposer et non pour lui tendre un quelconque piège.

### 5.1.1 Première partie : présentation de la leçon

Le candidat est convié à utiliser son temps de parole, **6 minutes maximum**, pour présenter, argumenter, mettre en valeur et faire une synthèse de sa leçon.

Si le rapport du concours indique des pistes pour chaque leçon, il ne s'agit que de suggestions que le candidat n'est pas tenu de suivre et qui ne constituent pas une trame obligatoire pour le plan. Il existe maintenant de nombreux plans *tout faits* disponibles dans la littérature, plus ou moins pertinents, de plus ou moins grande valeur. Il est naturel que les candidats s'inspirent de sources de qualité et, d'une certaine manière, le choix de ces sources, la capacité à s'en affranchir ou à pleinement se les approprier, participent au regard que le jury peut porter sur leur maturité scientifique. Il est bien entendu que l'objectif de cette partie de l'épreuve n'est pas de juger la capacité à simplement recopier un plan, ni à le réciter par cœur d'ailleurs. Le jury ne cherche pas des plans absolument originaux, le plus important est que le plan soit bien structuré, maîtrisé par le candidat et qu'y figure une quantité substantielle d'exemples et de mathématique. Exploiter des ouvrages de référence n'a rien de condamnable, mais le jury attend que le candidat fasse preuve d'un investissement personnel sur le sujet. On attend du candidat qu'il explique pourquoi il adopte cette présentation. En fait, pour cette partie de l'épreuve, le candidat devrait s'imaginer dans la situation où il doit introduire à un auditoire, pendant 6 minutes, une leçon destinée ensuite à être développée sur plusieurs séances. Quel est l'intérêt du sujet ? Comment se positionne-t-il dans un paysage mathématique plus large ? Comment s'articulent les différentes sections qui composent la leçon ? Comment s'expliquent et se motivent les enchaînements ? C'est l'occasion de s'interroger sur les difficultés didactiques de la leçon, c'est-à-dire dans quel ordre et comment présenter les choses pour que le tout soit cohérent, compréhensible et pédagogiquement efficace. En quoi les exemples sélectionnés s'avèrent-ils pertinents ? Quelles figures illustrent particulièrement les notions en jeu ? Autrement dit, le jury attend une argumentation synthétique de la construction de la leçon.

Il s'agit d'une épreuve **orale**. Le document écrit transmis au jury se justifie pour servir de base pour la discussion et constitue un fil conducteur qui guide le jury pour mener la partie consacrée au dialogue et aux questions. Ce plan ne doit être ni une énumération d'énoncés, ni un cours ou un exposé complet avec développement des démonstrations. En revanche, il doit définir avec suffisamment de précision les notions mathématiques introduites, donner les énoncés complets (notamment les hypothèses) des résultats fondamentaux, citer des exemples et des applications. Le plan calibre l'ensemble de la leçon, il détermine l'orientation choisie par le candidat et est par conséquent très important. Les choix doivent être motivés lors de la présentation et éventuellement lors de la discussion avec le jury. Il est nécessaire d'être en mesure de démontrer les résultats importants et de pouvoir les illustrer avec des exemples simples. Soigner la présentation d'un document écrit qui sert de support pour un cours est une com-

pétence professionnelle importante du métier d'enseignant. Aussi, la formalisation mathématique et le français doivent être soignés, ainsi, autant que possible dans le temps de préparation imparti, que la mise en forme : ces éléments ne peuvent que faciliter les interactions avec le jury. Il est contre-productif de chercher à remplir à tout prix les 3 feuilles autorisées, surtout avec des éléments que le candidat ne maîtrise manifestement pas.

Un exposé oral qui se réduit à relire simplement ce qui est écrit sur le document photocopie n'a pas beaucoup d'intérêt. Trop de candidats se contentent d'une présentation linéaire, sans expliquer ou mettre en valeur les articulations du plan, ni faire ressortir les méthodes ou les résultats importants. Il est inutile de recopier le plan au tableau, puisque le jury dispose d'une copie de ce document. Toutefois le jury encourage les candidats à exploiter le tableau comme support pédagogique. Faire apparaître la structure de la leçon, illustrer une difficulté technique ou le principe d'une démonstration par une figure... permet au candidat de s'affranchir de ses notes et rend l'exposé plus vivant. La présentation orale, la qualité d'expression, la compréhension synthétique, la plus-value de l'exposé par rapport au plan écrit, la capacité du candidat à intéresser son auditoire sur une leçon donnée, constituent des éléments importants d'évaluation.

Le jury attache une grande importance à la **maîtrise du plan** qui intervient de manière substantielle dans la grille de notation. Le plan ne peut être considéré comme maîtrisé si l'exposé ressemble à une récitation. Les résultats exposés doivent être compris ainsi que l'organisation d'ensemble de la leçon. Il est souhaitable que le candidat connaisse dans leurs grandes lignes les démonstrations des résultats figurant au programme du concours. Il est indispensable que le candidat ait une idée assez claire de la difficulté des démonstrations des résultats qu'il évoque dans son plan. Le jury rappelle qu'il n'est pas nécessaire de s'aventurer au-delà des contours du programme pour prétendre à une très bonne note ! Plus généralement, il vaut mieux se cantonner à un niveau où l'on se sait solide plutôt que de chercher à placer des énoncés débordant du programme mais sans le recul, ni l'assurance technique nécessaires. Bien entendu, réussir cette partie de l'épreuve ne s'improvise pas et le discours doit avoir été réfléchi durant la préparation de l'épreuve, et plus largement tout au long du parcours qui conduit les candidats jusqu'au concours.

À la fin de cette présentation de la leçon, le jury peut éventuellement questionner très brièvement le candidat et aborder quelques points techniques, sans entrer dans des détails qui retarderaient le début du développement.

### 5.1.2 Deuxième partie : le développement

Le jury veille à la cohérence du plan et des propositions de développements. Il est souhaitable que le candidat recherche une adéquation entre le niveau auquel il souhaite se placer et les développements proposés. Un candidat ne sera pas avantagé s'il présente un développement non maîtrisé, manifestement mal compris. Le niveau de l'agrégation ne peut toutefois se cantonner aux notions abordées dans une classe de Terminale ou une première année post-bac. Des choix de développement de ce niveau sont pénalisés.

Le jury demande au candidat de présenter **deux développements au moins**. Proposer des développements de niveaux trop disparates est perçu négativement par le jury. Ces propositions de développements doivent être clairement mentionnées sur le plan écrit et non pas vaguement évoquées à l'oral. Dans cet esprit, le candidat motivera soigneusement le choix des développements qu'il propose, expliquant en quoi il estime que ces résultats ou énoncés sont centraux ou jouent à ses yeux un rôle particulier sur le sujet. Le candidat doit aussi préciser, sur son plan écrit, ce qu'il va démontrer et, le cas échéant, les résultats de son plan qu'il va admettre pour mener à bien son développement. Il faut prendre garde dans ce choix à ne pas déclarer admis un énoncé majeur qui, une fois acquis, rend l'objet du développement trivial. De telles maladresses sont interprétées comme un défaut de maîtrise et de recul qui est pénalisé.

Le candidat dispose de 15 mn (maximum) pour mener à bien son développement. La gestion du temps

est une des difficultés de l'épreuve. Un exposé trop court est le signe d'un sujet mal choisi, inapproprié au concours ; une démonstration inachevée dans le temps imparti témoigne d'un manque de maîtrise. Le jury demande au candidat de bien gérer son tableau, en particulier le candidat doit demander aux membres du jury l'autorisation d'effacer. Lors du développement, le jury attend du candidat des explications sur la preuve et sur l'utilisation pertinente des notions développées durant l'exposé oral ; il peut être opportun, lors du développement, de se référer explicitement au plan présenté. Trop peu de candidats commencent leur développement par une rapide exposition des grandes idées ou des étapes qui le composent. Expliquer l'approche adoptée, et les difficultés, au début du développement est une démarche pédagogique appréciée. Il est inutile de se précipiter ou de parler trop vite ; on veillera au contraire à préciser ses notations, à soigner sa présentation, à placer sa voix et à regarder de temps en temps le jury. Le développement ressemble parfois à une succession plus ou moins convaincante de résultats intermédiaires *ad hoc*. La récitation mécanique d'un développement ne peut pas être convaincante ; le jury veille à ce que les futurs enseignants comprennent ce qu'ils exposent et sachent exposer ce qu'ils comprennent. C'est une qualité essentielle d'un futur agrégé. On ne saurait trop conseiller aux candidats d'illustrer leur développement (et éventuellement leur plan) par un ou plusieurs dessins : l'exposé y gagnerait en clarté pour le jury, le candidat pourrait ainsi montrer un souci louable de pédagogie.

Le développement doit être en lien direct avec le thème de la leçon présentée. L'utilisation d'un résultat qui n'apparaît pas dans le plan écrit doit être explicitement signalée par le candidat. Toute utilisation d'un lemme non démontré et enfermant l'essence de la preuve est sanctionnée. Le jury peut exiger la démonstration d'un lemme admis, si celui-ci est essentiellement le cœur du développement. Il faut éviter de présenter ou d'utiliser un résultat préliminaire ou intermédiaire sans explication convaincante. Dans le cas d'un développement difficile, il ne faut pas négliger les cas élémentaires et les détails utiles à la compréhension du jury. Un certain nombre de développements fameux (l'ellipsoïde de JOHN, la décomposition de DUNFORD, le théorème de BERNSTEIN, le processus de GALSTON-WATSON,...) trouvent une place naturelle dans plusieurs leçons. Toutefois trop de candidats ont tendance à replacer exagérément et de manière inappropriée de tels développements et se retrouvent ainsi hors sujet, impair qui est sévèrement sanctionné. L'évolution du programme pour la session 2018 devrait conduire à proposer des développements originaux en lien avec l'analyse d'algorithmes de calcul, développements où les candidats peuvent judicieusement exploiter les connaissances spécifiques de leurs options pour illustrer leur leçon. La description des leçons indique quelques pistes dans cette direction.

Enfin, même si le jury laisse évoluer le candidat durant son développement, en intervenant le moins possible, il peut, en cas de lacunes ou d'erreurs manifestes, interrompre le candidat pour demander des explications. Cette intervention ne donne pas droit à une extension du temps consacré au développement.

La pertinence des explications, le souci pédagogique, la capacité à mener à bien et complètement le sujet dans le temps imparti, l'aisance technique sont des éléments importants d'appréciation. Par ailleurs, le candidat doit s'attendre à être interrogé lors de la période de discussion sur des applications ou illustrations élémentaires de son développement. Il est donc essentiel qu'il soit capable de reconnaître dans une question donnée un cas particulier simple du résultat général qu'il vient d'exposer.

### 5.1.3 Troisième partie : questions et dialogue

Le jury teste systématiquement la maîtrise du plan présenté. Une part importante de la discussion porte donc sur le plan, ou trouve sa source dans le plan présenté par le candidat. Il faut donc éviter que ce plan dépasse largement le niveau qu'on maîtrise. Le candidat doit se préparer à des questions élémentaires voire considérées comme « évidentes » sur tout énoncé mis dans son plan, questions auxquelles il doit répondre avec précision. Le jury peut aussi proposer des calculs illustrant les notions évoquées par le plan.

Cette phase de l'épreuve requiert un certain recul qui ne peut être que le fruit d'un travail de préparation

approfondi en amont du concours où l'on doit se demander si on est capable de mettre en œuvre des énoncés sur des exemples simples et, pour certains théorèmes, réfléchir à des exemples ou des contre-exemples.

Le jury pose aussi des exercices en rapport direct avec la leçon, mais ne s'attend pas à ce que le candidat trouve une solution immédiatement. Ces exercices ont plutôt pour objectif de voir évoluer le futur agrégé dans une démarche scientifique rigoureuse et méthodique. Le candidat doit réfléchir, utiliser son plan et rattacher l'exercice à sa leçon. Le fait de ne pas résoudre un exercice ne doit pas être perçu comme un échec et le candidat ne doit pas se décourager : plus qu'achever l'exercice, ce sont les réactions du candidat qui importent (par exemple en identifiant l'énoncé de la leçon qui permettrait de traiter le problème et en se demandant si les hypothèses d'application sont satisfaites). Dans cette partie de l'épreuve le candidat doit faire preuve de capacité d'écoute ; **il doit rester attentif aux suggestions du jury**. Pendant cette discussion, le jury veille à laisser un temps raisonnable au candidat pour réfléchir, sans le submerger de questions.

Enfin, l'objet du concours étant de recruter de futurs enseignants, le jury peut aussi, comme l'indique l'article 8 de l'arrêté du 25 juillet 2014, poser toute question qu'il juge utile *lui permettant d'apprécier la capacité du candidat, en qualité de futur agent du service public d'éducation, à prendre en compte dans le cadre de son enseignement la construction des apprentissages des élèves et leurs besoins, à se représenter la diversité des conditions d'exercice du métier, à en connaître de façon réfléchie le contexte, les différentes dimensions (classe, équipe éducative, établissement, institution scolaire, société) et les valeurs qui le portent, dont celles de la République. Le jury peut, à cet effet, prendre appui sur le référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation fixé par l'arrêté du 1er juillet 2013.*