

234 - Fonctions et espaces de fonctions Lebesgue-intégrables.

I. Généralités

1. Construction

déf espace L^p , structure espace vectoriel

2. Propriétés

complétude, lemme de Riesz, espace de Banach, thm convergence dominé dans L^p , exemple et contre-exemple

3. Exemple : l^p

déf espace l^p , inclusion, dual de l'espace l^p , réflexivité, c_0 pas réflexif

II. Espaces $L^p(\mathbb{R})$

1. Convolution

déf convolables, L^1 et L^p convolables, L^1 est une algèbre

2. Approximation de l'unité

approximation de l'unité, thm d'approximation, $C_0^\infty(\mathbb{R})$ est dense dans L^p , exemples

3. Transformée de Fourier dans L^1

déf, propriétés, TF et produit de convolution, inversions, injectivité

4. Transformée de Fourier dans S et L^2

espace de Schwartz, transformée de Fourier dans Schwartz, thm de Plancherel

III. Diverses applications

1. En probabilité

cv en loi, équivalent de prendre $C_0(\mathbb{R})$, thm de Levy, TCL

2. Polynômes orthogonaux

déf, poids, thm orthogonalité, exemples de polynôme orthogonaux

3. Espace de Bergman

déf, produit hermitien, famille orthonormal, base hilbertienne, illustration de thm de représentation de Riesz

Développements :

- Complétude des L^p
- Espace de Bergman
- Polynômes orthogonaux
- Théorème de Levy et théorème central limite

Bibliographie :

- Faraut, Calcul intégral
- Beck-Malick-Peyré, Agrégation
- Bayen, Espaces de Hilbert et opérateurs
- Zuily, Distributions