

215 - Applications différentiables définies sur un ouvert de \mathbb{R}^n . Exemples et applications.

I. Applications différentiables

1. Différentielles

déf, unicité, lien avec la dérivée, exemples, contre-exemples, composition

2. Dérivées partielles

déf, existence dérivée partielles, matrices jacobienne, exemple

II. Différentielle d'ordre supérieur

1. Applications de classe C^1

déf, TAF, différentielle nulle \Rightarrow constant, caractérisation classe C^1 avec dérivée partielle, différentielle du déterminant

2. Différentielle d'ordre supérieur

déf, thm de Schwartz, formule de Taylor

III. Applications

1. Théorème d'inversion local

difféo, difféo local, thm inversion local, inversion global, surjectivité de l'exponentielle de matrice complexe, thm des fonctions implicites, interprétation, topologie des matrices diagonalisables

2. Extremums relatifs

point critique, caractérisation des extrémums, lemme matrice symétrique, composante connexe de $GL(n, \mathbb{R}) \cap S_n$, lemme de Morse, interprétation

3. Extremums lié

thm extrémum lié, interprétation, multiplicateur de Lagrange, matrice minimisant la norme 2 sur $SL(n, \mathbb{R})$, thm spectral, inégalité de Hadamard

Développements :

- Surjectivité de l'exponentielle de $M_n(\mathbb{C})$ sur $GL_n(\mathbb{C})$
- Lemme de Morse
- Matrice minimisant la norme 2 sur $SL(n, \mathbb{R})$

Bibliographie :

- Rouvière, Petit guide du calcul différentiel
- Gourdon, Analyse
- Beck-Malick-Peyré, Agrégation